

La mortalité dans les travaux de prospective

Une table « limite évolutive »

André Lambert¹ asbl ADRASS avril 2012
adrass@skynet.be www.adrass.net

1. Le problème

Quand en démographie on construit une « projection » ou une « perspective » ou une « prospective » d'une population, on ne peut pas considérer que les probabilités de décès par sexe et âge vont rester constantes au niveau observé au moment où on établit ces calculs. Généralement, on est enclin à envisager une baisse plus ou moins rapide des probabilités de décès, afin de s'inscrire dans la tendance fondamentale de déclin de la mortalité, quasi universelle depuis au moins un demi-siècle, sauf dans quelques régions particulières, telle la Russie ou certains pays d'Afrique noire.

Là où la mortalité est relativement élevée, il est facile de poser l'hypothèse qu'à terme, l'espérance de vie de la région considérée atteindra des niveaux analogues à ceux des régions les plus favorisées. Alors, il suffit de faire évoluer plus ou moins rapidement les probabilités de survie observées vers d'autres, en vigueur dans les pays les plus développés à cet égard, ou encore, de passer d'un niveau de mortalité à un autre à l'aide des systèmes de tables de mortalité mis au point par les Nations-Unies, l'université de Princeton ou l'OCDE.

Ces processus sont difficilement applicables à des régions très développées comme l'Europe occidentale, l'Amérique du Nord, l'Océanie ou l'Asie extrême orientale. En effet, les écarts de mortalité entre ces régions sont faibles et la vitesse de la croissance de l'espérance de vie est si élevée que la mortalité de la région considérée arrive vite au niveau de la meilleure mortalité observée, qu'on ne peut cependant pas considérer comme « limite ».

2. Le recours aux tables de mortalité-limite

La question de la durée maximale de la vie humaine existe sans doute depuis aussi longtemps que l'Humanité. Les biologistes et les démographes ont tenté de la chiffrer à plusieurs reprises. Il est même arrivé à un Nathan Keyfitz, brillant démographe canadien, de se demander si la vie humaine avait réellement une limite. Il n'a pas vraiment répondu à son interrogation, estimant qu'au mieux, la durée de la vie humaine pourrait être indéterminée mais finie. Et d'expliquer que l'amélioration des conditions de vie (médecine, alimentation, etc..) pouvait faire des miracles, contrariés cependant par le fait que tous les moyens nécessaires à la survie ne pouvaient pas être disponibles à tout moment pour toute personne et qu'on ne pourrait jamais empêcher un imprévisible accident mortel, qu'il soit causé par une cause externe ou une dégradation violente et rapide des fonctions vitales.

¹ Anne Calcagni et Louis Lohlé-Tart ont relu ce texte avec une extrême attention. Je les en remercie.

Dans les années 1960, Jean Bourgeois-Pichat a estimé une table de mortalité limite. Las, cette table est maintenant dépassée dans les faits, au moins pour les pays les plus développés.

Dans les années 1990, une table de mortalité limite a été mise au point par Wunsch et Duchêne. La particularité de cette table était d'être basée sur la disparition de certaines causes de décès, principalement les maladies infectieuses. Les espérances de vie valaient 90 ans pour chacun des deux sexes.

Cette table permet d'établir un objectif vers où faire transiter les niveaux actuels. Elle souffre cependant de deux inconvénients :

- Dans beaucoup de pays, l'espérance de vie féminine dépasse déjà largement les 80 ans. Le risque est donc grand de devoir constater, vers 2030, que cette espérance de vie « limite » de 90 ans a été dépassée...
- La mortalité en dessous de l'âge de cinquante ans y est nulle. C'est là une vue théorique; certes entre la naissance et l'âge de cinquante ans, la mortalité actuelle est tellement faible qu'en prospective, on ne se trompe pas beaucoup en prenant cette hypothèse de « zéro mort avant l'âge de 50 ans »; cette caractéristique n'effraie pas le démographe mais bien ses interlocuteurs pour lesquels le choix d'un tel modèle décrédibilise tout le travail prospectif au motif que c'est « irréaliste ».

Actuellement, on voit souvent des démographes mathématiciens extrapoler les probabilités de décès à partir des trajectoires observées par chacune de ces probabilités dans un passé plus ou moins important. Cette manière de procéder se heurte également à deux inconvénients :

- Elle détruit toute notion de continuité dans les valeurs de la table puisqu'on travaille sur les quotients d'un même âge, sans les relier aux autres. En réalité, elle abolit la notion même de table pour la remplacer par une simple présentation en tableau statistique.
- Aux grands âges, on doit « trafiquer » leurs extrapolations si on refuse de voir certains quotients prendre des valeurs absurdes en elles-mêmes ou par rapport aux quotients des âges voisins.

3. Une table de mortalité « évolutive » issue d'une démarche purement démographique

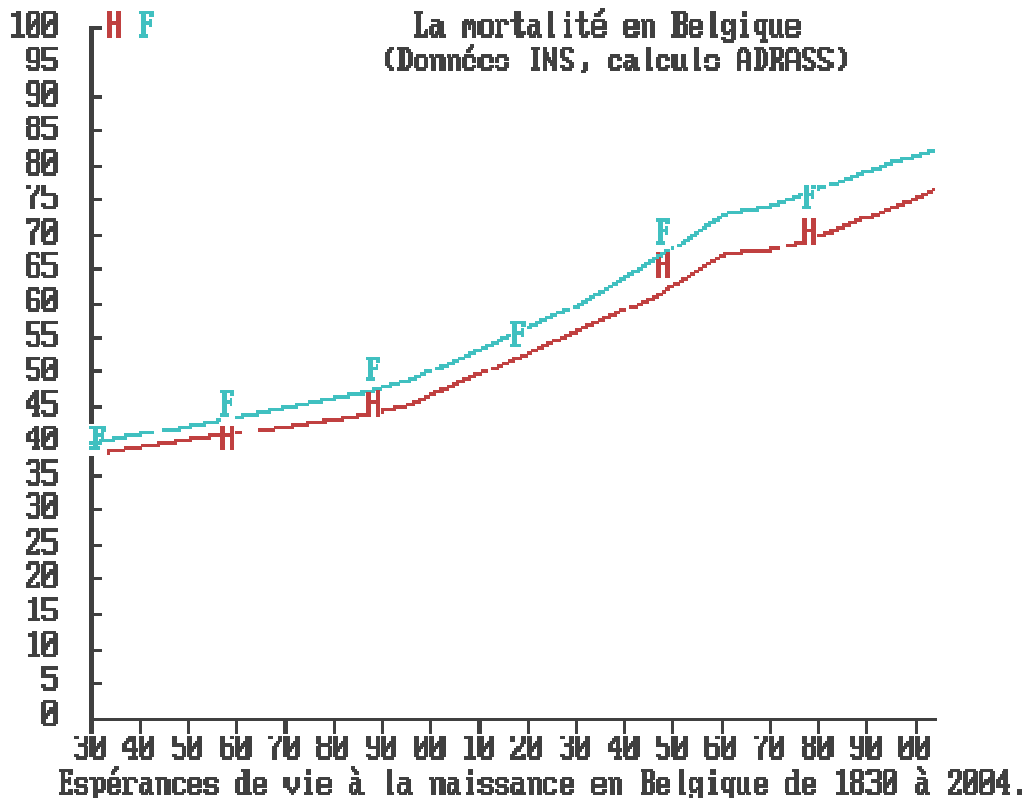
La philosophie de base proposée ici est l'approche démographique pure, sans intervention de considération de nature biologique ou médicale. Donc, contrairement à la table « Wunsch-Duchêne », on ne veut rien savoir de l'impact éventuel de découvertes scientifiques ou de modifications des modes de vie des populations. On procède de la façon extrêmement classique qui consiste à tenter de reproduire dans le futur ce qu'on a connu dans le passé. Mais, à la différence des mathématiciens, on tentera de conserver à la table de mortalité « évolutive » les relations implicites qui lient entre elles les valeurs aux différents âges.

4. Aperçu du passé de la mortalité en Belgique

Si l'on prend le point de vue de Sirius, sur la période allant au maximum de 1830 à 2005, on peut résumer l'évolution de la mortalité de la façon suivante :

- En termes globaux, l'espérance de vie à la naissance n'a cessé d'augmenter, si pas à un rythme constant, en tous les cas de manière monotone (figure 1).

Figure 1 : Les espérances de vie à la naissance, par sexe, en Belgique de 1830 à 2004.



- Les probabilités de décès ont évolué de façon différente selon l'âge et la période considérée : ainsi, au début, on a d'abord vu une diminution lente des valeurs aux âges jeunes, s'accroissant ensuite pour s'amortir enfin. Pendant ce temps, les probabilités de décès aux âges supérieurs sont restées relativement constantes, voire croissantes. Au fur et à mesure qu'on se rapproche de la période actuelle, on voit les valeurs aux âges jeunes d'abord continuer à diminuer de façon de plus en plus lente puis devenir quasiment constantes tandis que les valeurs des plus grands âges expérimentent à leur tour un déclin de forme logistique, modéré d'abord, extrêmement rapide par la suite puis de plus en plus lent (figure 2).

Pour reconstituer les évolutions des espérances de vie (figure 1) et des probabilités de décès dont certaines sont dessinées aux figures 2 à 7, on a rassemblé toutes les tables de mortalité par sexe et âge de la Belgique depuis 1830, en fait depuis celle calculée par A. Quetelet. Ces tables ont été calées sur l'année centrale de leur élaboration (par exemple 1930 pour la table 1928-1932) et quinquennalisées. On a ensuite interpolé linéairement les valeurs vraisemblables des probabilités de décès entre ces années centrales. On est ainsi en mesure de dessiner les évolutions, par hypothèse en ligne brisée, pour toutes les années depuis 1830. Certes, comme l'extrapolation dénoncée plus haut, l'interpolation linéaire fait également fi de la philosophie même d'une table de mortalité. Sauf qu'en l'occurrence, l'intervalle est le plus souvent limité à une décennie, empêchant par là même tout dérapage.

Figure 2 : Quelques probabilités masculines de décès depuis 1830 en Belgique.

Historiquement, les probabilités ont commencé à décliner aux âges jeunes d'abord.

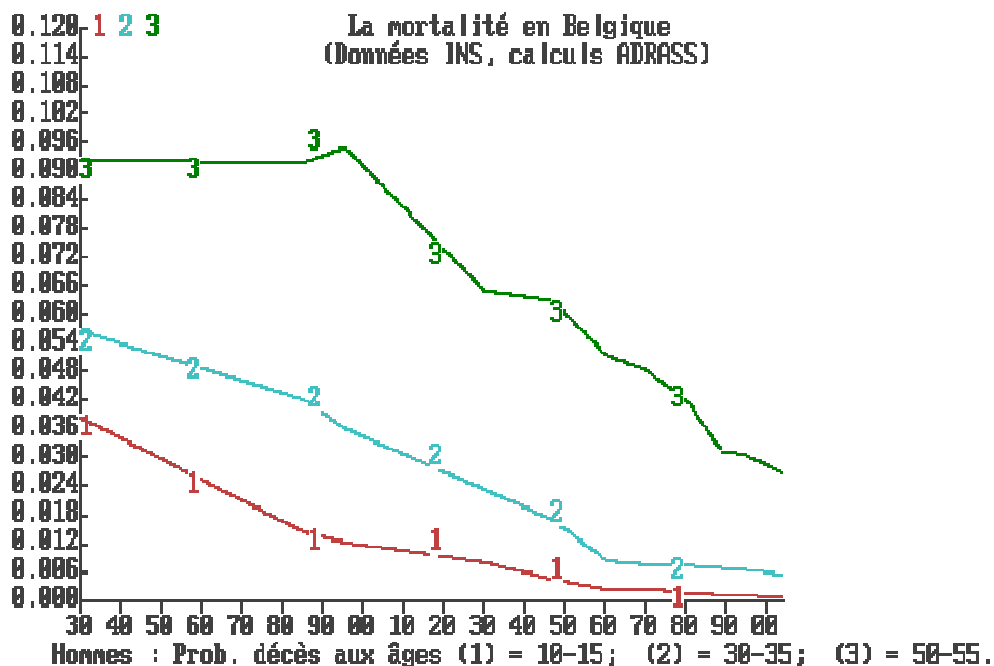


Figure 3 : Quelques probabilités féminines de décès depuis 1830 en Belgique.

Les allures des probabilités de décès des femmes aux âges 10 et 30 sont analogues à celles des hommes. A l'âge cinquante, on constate que les probabilités féminines décroissent déjà tout au long du 19^e siècle alors qu'elles demeurent constantes chez les hommes de la même époque.

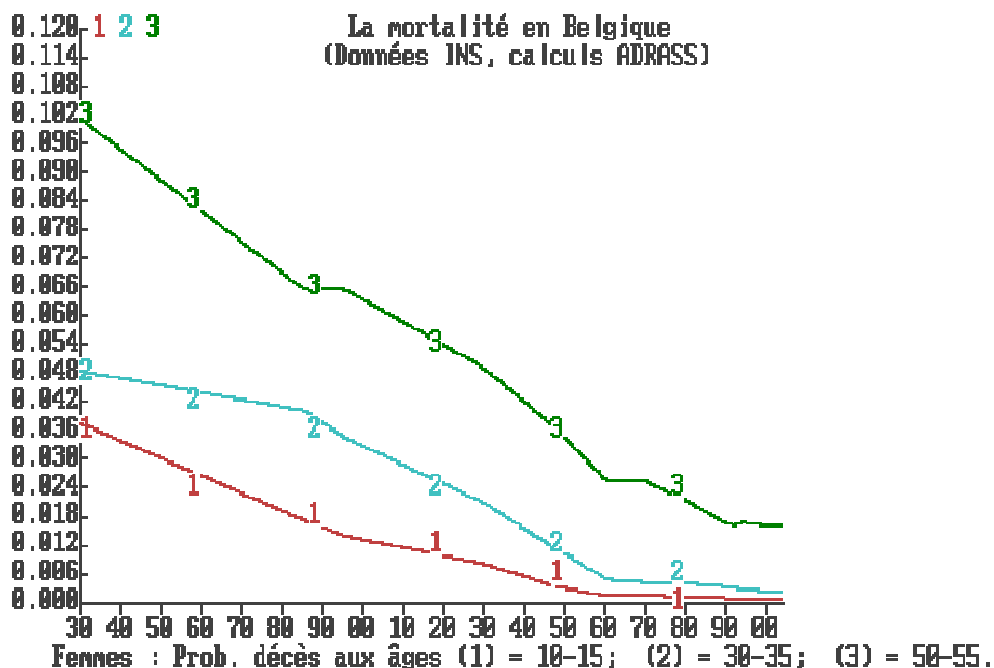


Figure 4 : Les mêmes probabilités masculines de décès depuis 1900 en Belgique.

A partir de 1900, les probabilités de décès jusqu'à l'âge de cinquante ans déclinent de moins en moins rapidement chez les hommes, Le déclin est de plus en plus modéré aux âges jeunes alors qu'il devient important à l'âge 50. Le ralentissement est d'autant plus remarquable que l'âge est jeune.

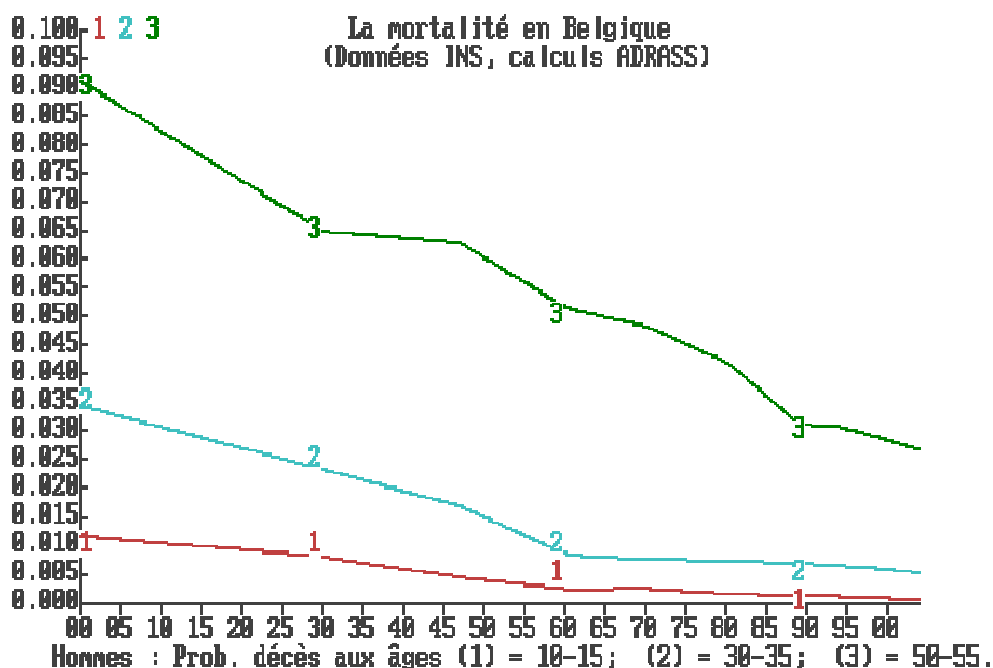
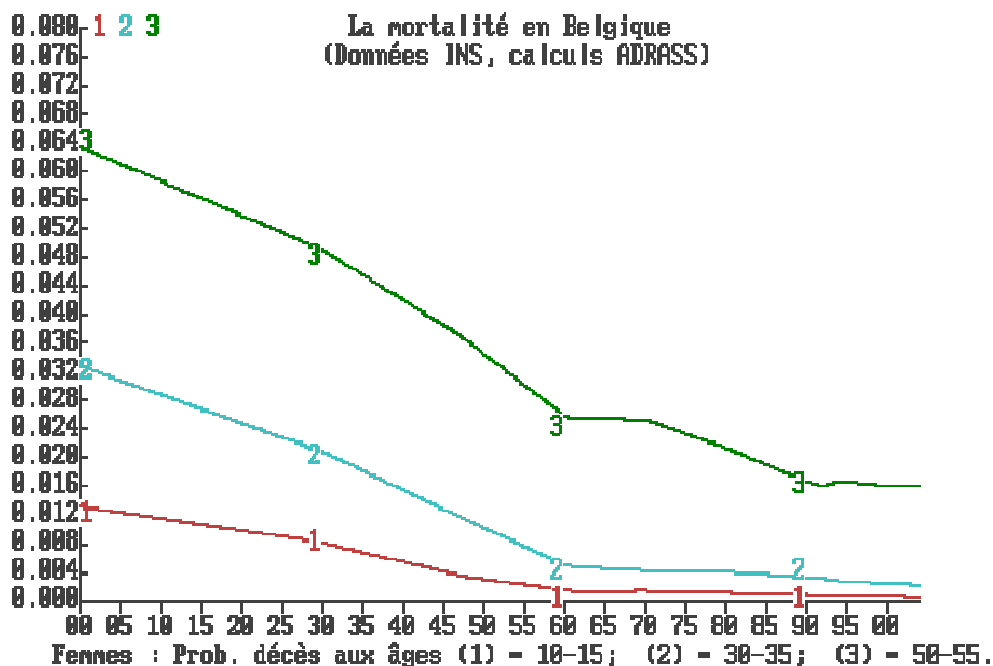


Figure 5 : Les mêmes probabilités féminines de décès depuis 1900 en Belgique.



Durant tout le 20^e siècle, la tendance observée au cours du siècle précédent aux âges « jeunes » s'observe pour les âges « élevés » comme on le voit pour les âges 50, 60 et 75 aux figures 6 et 7.

Figure 6 : Quelques probabilités masculines de décès depuis 1900 en Belgique, aux âges « élevés » (Pour visualiser au mieux, on a choisi des échelles différentes selon les figures mais la courbe indiquée « 3 » à la figure 4 est bien la même que celle indiquée « 1 » à la figure 6).

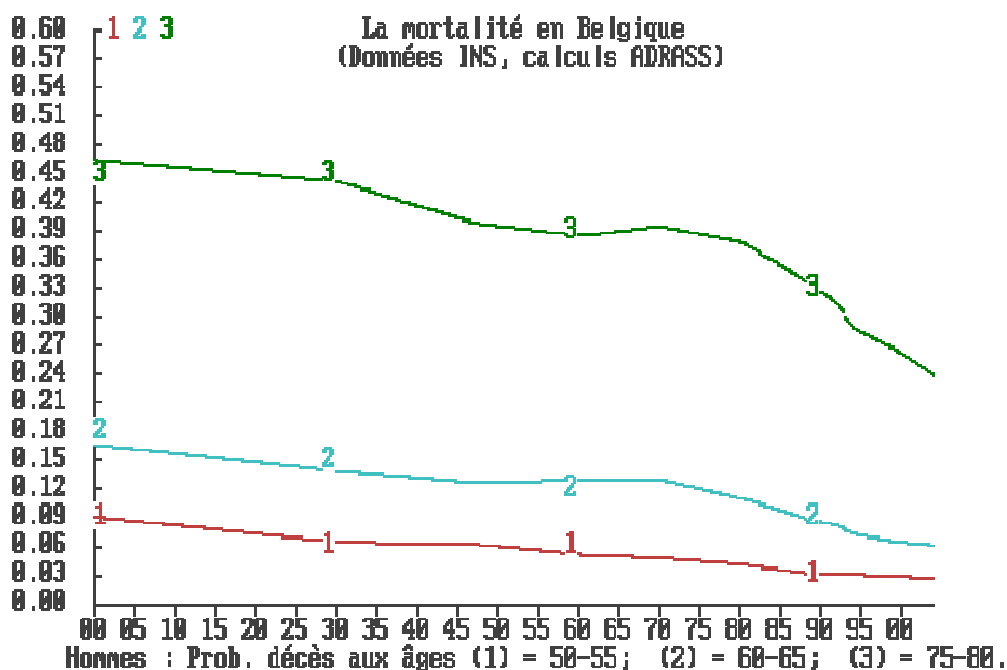
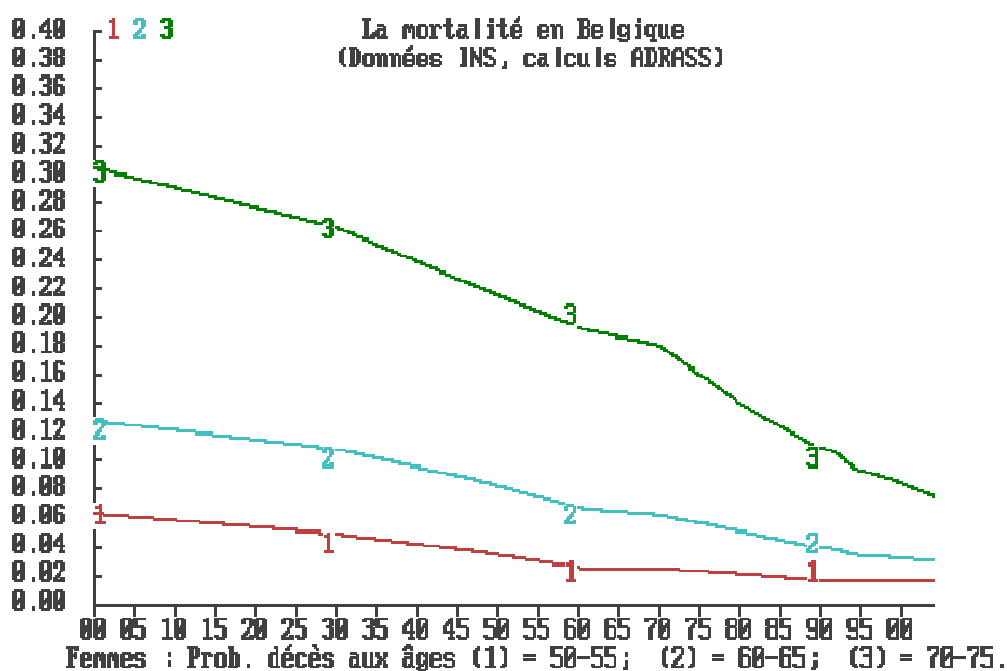


Figure 7 : Quelques probabilités féminines de décès depuis 1900 en Belgique, aux âges « élevés » (Pour visualiser au mieux, on a choisi des échelles différentes selon les figures mais la courbe indiquée « 3 » à la figure 5 est bien la même que celle indiquée « 1 » à la figure 7).



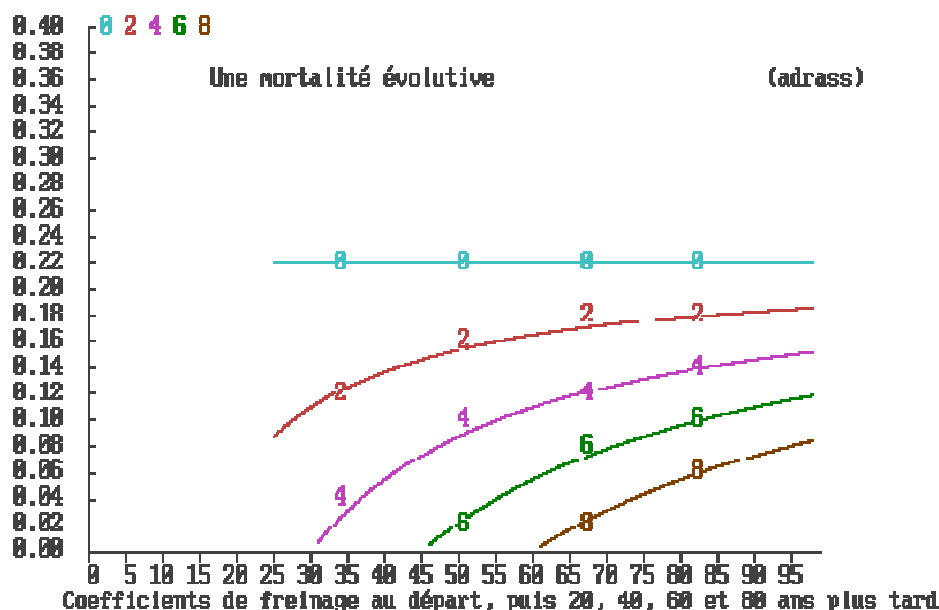
5. La modélisation de l'avenir

Un moyen simple de traduire cette évolution pour les décennies à venir est de « diluer » progressivement les probabilités de mourir à l'âge « x » par les valeurs à l'âge « x-1 ». On établit en fait pour chaque âge « x » et pour chaque année, une moyenne, pondérée par un coefficient de dilution variable (à déterminer) des valeurs de « x » et de « x-1 », en commençant par l'âge le plus élevé, afin de ne pas créer un emballement de la diminution des probabilités.

Le procédé est contraint de la façon suivante :

- par facilité, et parce que dans nos sociétés, ces valeurs sont très petites, on garde constantes les probabilités de mourir avant 25 ans, vu la difficulté, dans cette tranche, de gérer des valeurs fluctuant entre un âge et le suivant.
- Au début du processus d'évolution des probabilités, le coefficient de dilution agit de manière égale à tous les âges. Ensuite, pour reproduire le mieux possible l'évolution passée, on recule progressivement vers l'âge final cette limite d'âge basée initialement à 25 ans. Ainsi, on établit progressivement des probabilités qui demeurent différentes par âge mais qui deviennent progressivement constantes dans le temps jusqu'à un âge de plus en plus élevé à mesure de l'écoulement du temps. En procédant de la sorte, on évite la création de probabilités minimales toutes égales sur une large plage d'âge.
- Là où ils ne sont pas encore nuls, les « coefficients de dilution » s'effritent au cours du temps entraînant une baisse des probabilités de plus en plus ténue jusqu'à en devenir nulle. La programmation de l'effritement a pour conséquence de reproduire l'évolution proche passée où on a observé un tassement des changements de valeurs des probabilités jusqu'à ce que celles-ci deviennent quasi constantes.
- En accord avec l'observation la plus récente, on programme un rétrécissement de l'écart entre les valeurs des espérances de vie masculines et féminines, qui devient nul au bout d'un siècle.

Figure 8 : les valeurs des coefficients de dilution de 0 à 100 ans en 2010 puis de vingt en vingt ans.



Dans les hypothèses retenues ici pour leur conformité avec l'observation récente, on voit qu'en 2010, le coefficient de dilution est de 22% pour les hommes (courbe bleue, indiquée « 0 » dans la figure 8). Au fur et à mesure de l'évolution temporelle, ces coefficients de dilution se réduisent d'autant plus vite que l'âge est jeune. Ainsi, en 2050, après 40 ans de simulation, le coefficient de dilution n'a de valeur qu'à partir de l'âge 30 et n'atteint jamais la valeur initiale de 22%

6. La modélisation de l'avenir du point de vue de la technique de programmation

On trouve dans ce paragraphe la traduction informatique de ce procédé. Au départ, on a fixé les valeurs des coefficients de dilution, appelé ci-dessous « banizt(1) » pour les hommes et « banizt(2) » pour les femmes tels qu'à l'initialisation, le gain annuel d'espérance de vie soit par exemple celui observé. On a aussi fixé une limite d'âge inférieure en dessous de laquelle on ne modifie aucune probabilité : c'est la constante « bani » posée à la valeur 25.

A chaque année de simulation, on applique ces coefficients de dilution par sexe à chaque probabilité par âge, en veillant à « effriter » ces coefficients en fonction de l'âge auquel on les applique, en commençant par ceux relatifs aux âges jeunes à partir de l'âge 25. L'effritement est donné par la valeur de « cibani » ; durant la première année de simulation, ibani vaut zéro et donc à chaque âge, « cibani » vaut 1 ; en conséquence, il n'y a pas d'effritement des coefficients « banizt ».

```
for i=bani to 200:cibani=(i-ibani)/i           où "i" =l'âge de 25 à 200
if (i-ibani)<0 then cibani=0
baniz(i,1)=banizt(1)*cibani:baniz(i,2)=banizt(2)*cibani
next i
ibani=ibani+.75
```

Quarante ans plus tard, « ibani » vaut 30 en fonction de l'instruction ci-dessus ; cela entraîne une annulation de « cibani » en dessous de l'âge 30 et donc aussi une mise à zéro des valeurs « banizt ». Au-delà de l'âge 30, la valeur de « cibani » ne cesse d'augmenter permettant aux coefficients « banizt » de jouer de plus en plus pleinement. La croissance de la valeur de « ibani » au cours du temps, posée ici arbitrairement à .75 pourrait découler de l'observation du ralentissement du déclin des probabilités à des âges donnés au cours du proche passé. On n'a pas étudié ce ralentissement dans le cadre du présent document.

Parallèlement à cette action, on peut, comme on l'a vu précédemment, modifier les valeurs des survivants masculins de la table par le coefficient « sx1 », de telle sorte que celles-ci se rapprochent des valeurs des survivantes. L'utilisateur détermine l'intensité du rapprochement et son calendrier. Les deux lignes ci-dessous réalisent cette option.

```
call tabhl(sex1(),1,an,moti1,moti2,moti2-moti1,sx1)
for i=0 to 200:lx(i,1)=lx(i,1)*sx1+lx(i,2)*(1-sx1):next I
```

où « tabhl » est le nom d'un ensemble d'instructions visant à réaliser des interpolations.

Ensuite, sur base des valeurs des survivants par sexe et âge, on calcule les probabilités prospectives de décéder qui sont appliquées à la population.

Puis on modifie les probabilités de décès grâce aux coefficients de dilution par sexe modulés selon l'âge ; chaque probabilité d'âge « x » non encore devenue constante perd une partie de sa valeur propre et adopte le complément à cette partie de la valeur de la probabilité à l'âge « x-1 » :

```
for s=1 to 2:for i=200 to bani step-1 où "s"=le sexe et "i" l'âge
qt(i,s)=baniz(i,s)*qt(i-1,s)+(1-baniz(i,s))*qt(i,s)
next i:next s
```

Enfin, on recalcule une nouvelle série de survivants qui servira de base à la détermination des probabilités de décéder au cours de l'année suivante.

```
for s=1 to 2:for i=1 to 200
lx(i,s)=lx(i-1,s)*qt(i-1,s)
next i:next s
```

Cette nouvelle série de survivants de la table sera éventuellement corrigée en vue de réduire l'écart entre espérances de vie selon le sexe. On en déduira les probabilités de décéder qu'on continuera de « diluer » avant d'établir une autre série de survivants, dans un processus qui se termine naturellement du fait de la mise à constance d'un nombre de plus en plus grand de probabilités au fur et à mesure qu'on avance dans le temps.

7. Les qualités de ce procédé : passage d'un concept de « limite » unique à un concept de « limite-évolutive »

Un premier avantage du procédé réside dans sa facilité de programmation. Comme il s'agit de se doter de probabilités dans une optique de prospective, éventuellement à très long terme (par exemple pour tester l'affirmation du Professeur Beaulieu selon laquelle la moitié des petites filles nées en 2000 seront centenaires), et qu'il est toujours élégant de caler un outil de simulation sur les conditions réellement observées au moment du début de la simulation, il suffit d'introduire la table de mortalité par sexe et âge de la région considérée et pour l'année la plus récente et d'appliquer aux différents âges cette dilution progressive et d'autant plus temporaire que l'âge est jeune.

Reste à déterminer la valeur du coefficient de dilution, au départ constant à tous les âges. Par essai et erreur, on estimera ce coefficient de telle sorte qu'en cent ans, il produise un gain d'un nombre souhaité d'années d'espérance de vie. Et si l'on veut rester dans le contexte de l'observation du proche passé, on retiendra le coefficient qui produit, pour la première année de simulation, un gain annuel d'espérance de vie comparable à celui observé au cours du passé le plus récent.

Au cours du temps progresse ainsi le nombre de probabilités « gelées » parce que devenues minimales pour l'âge considéré; simultanément se différencie selon l'âge le coefficient initial qui, là où il n'est pas encore devenu inopérant, voit l'effritement de sa valeur. On obtient de la sorte une mortalité décroissant de plus en plus lentement.

Alors, la table de mortalité « évolutive » ainsi créée possède les qualités suivantes:

- la croissance de l'espérance de vie est dans le parfait prolongement de la tendance du passé;
- à l'initialisation, elle représente le niveau réel de la mortalité
- elle conserve une allure classique et harmonieuse, traduisant la compatibilité interne des probabilités de décès.
- elle produit une espérance de vie « évolutive » uniquement issue de la table de départ, du coefficient de dilution et, accessoirement, de la rapidité du gel des probabilités selon l'âge.

En d'autres termes, on n'établit plus LA table de mortalité limite dont on croit qu'elle dessine l'état ultime de la durée de vie humaine mais bien une « table limite évolutive » produite selon les spécifications décrites ici, donc contingente à l'environnement auquel elle s'applique.

En procédant de la sorte, on abandonne en quelque sorte la question presque philosophique de la durée de la vie humaine mais on se donne un outil robuste d'estimation de la mortalité future pour au moins un siècle à venir, compte tenu de ce que nous savons de l'évolution de la mortalité depuis au moins un siècle. On accepte donc l'idée que la « limite » ainsi calculée est le résultat du « state of the art » et qu'en toute vraisemblance, cette limite ...évoluera !

On peut dès lors penser qu'un démographe utilisant ce procédé en 2030 aboutira à une limite de durée de vie humaine encore plus tardive, du moins si les tendances du présent perdurent. Mais si dès demain on observe que le gain d'espérance de vie est différent de celui en vigueur aujourd'hui, il sera très facile d'aménager le coefficient de dilution pour rendre compte de ce changement. Et on se dirigera vers une autre table-limite.

En attendant, ce procédé permet d'éviter les déboires des extrapolations de probabilités aux grands âges. Il permet surtout de réaliser des scénarios séculaires aptes à rendre compte du vieillissement à partir d'un paramètre, le coefficient de dilution (éventuellement flanqué d'une constante de recul progressif de d'âge en deçà auquel les probabilités sont devenues constantes), définissable par le gain annuel et/ou séculaire d'espérance de vie qu'il suscite. Le procédé permet ainsi d'éviter des propos du genre : « on croit que l'espérance de vie va continuer à augmenter, mais pas trop parce qu'il faut être réaliste » souvent entendus dans des cercles de prospectivistes mais qui ressemblent plus à des propos de Café du Commerce qu'à des réflexions statistiquement étayées.

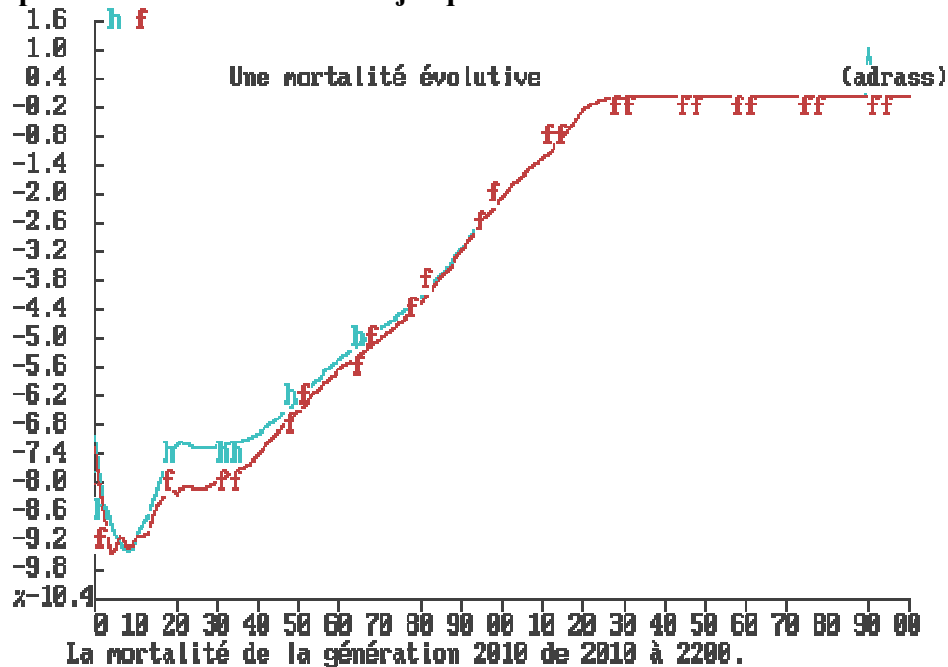
8. L'illustration de ce procédé dans le cas de la Belgique : les probabilités de décès

On a pris l'hypothèse que le gain annuel d'espérance de vie initial serait d'un cinquième d'année, comme on l'observe actuellement. Un siècle plus tard, le gain annuel d'espérance de vie féminine est alors de 10 ans, -et pas 20 ans- du fait du nombre de plus en plus grand de probabilités devenues constantes.

On a aussi posé l'hypothèse optimiste que la mortalité des hommes allait se rapprocher de celle des femmes jusqu'à s'y confondre au bout d'un siècle. Cela implique qu'en 2010, le gain annuel moyen d'espérance de vie masculine soit de 25% d'année.

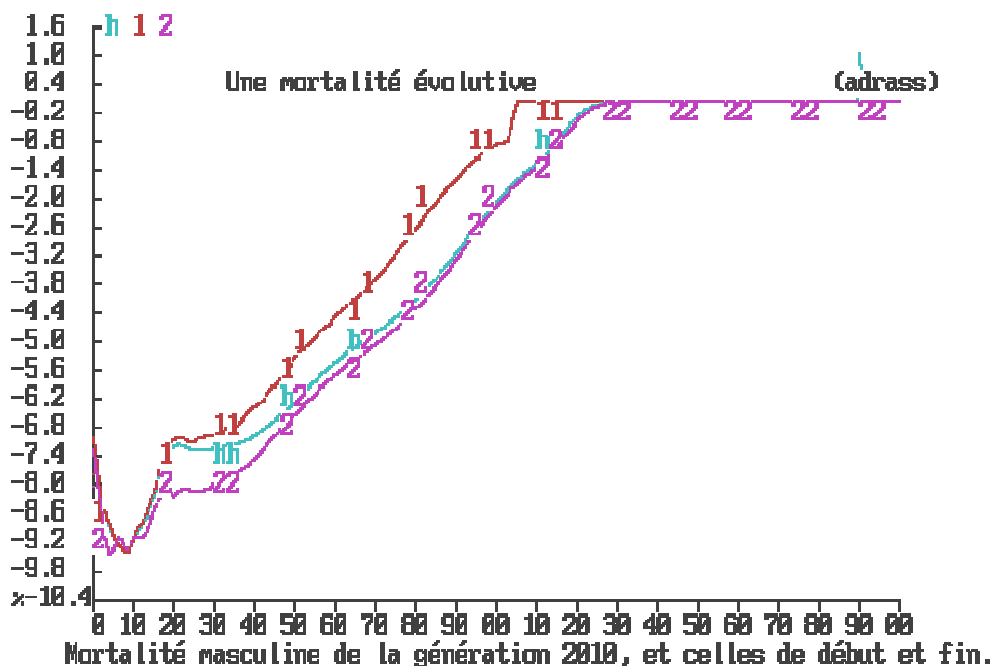
La figure 9 dessine l'évolution de la mortalité des générations masculines et féminines nées en 2010. On voit qu'effectivement, les probabilités de survie masculines se rapprochent régulièrement de celles des femmes.

Figure 9 : Les probabilités de décès (en logarithmes) des générations d'hommes et de femmes depuis leur naissance en 2010 jusque 2200.



Dans la figure 10 on dessine l'évolution de la courbe masculine de la figure 9, en l'encadrant par la courbe initiale (la table de la Belgique 2007-2009) et la courbe finale (la table terminale du processus évolutif)

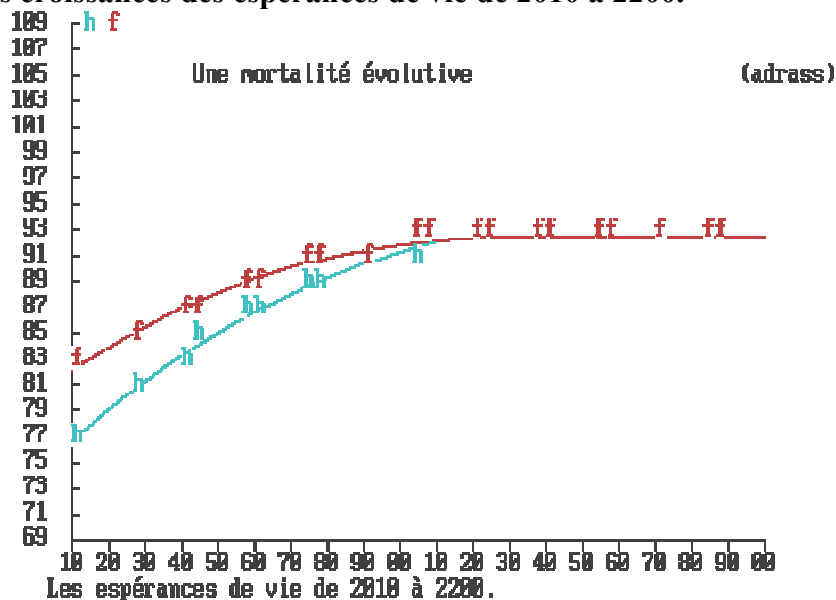
Figure 10 : Les probabilités de décès masculines initiales, finales et de la génération née en 2010 .



9. L'illustration de ce procédé dans le cas de la Belgique : les espérances de vie

Par hypothèse, les femmes ont gagné 10 ans d'espérance de vie en 100 ans tandis que les hommes en ont gagné 15,5 ans et sont à partir de 2110 à égalité avec les femmes (figure 11). A partir de 2110, les espérances de vie croissent encore faiblement et de manière identique selon le sexe jusqu'à un niveau de 92,72 ans. Ce niveau pourrait être considéré comme la limite imaginable aujourd'hui SI les tendances observées en 2010 en Belgique perduraient.

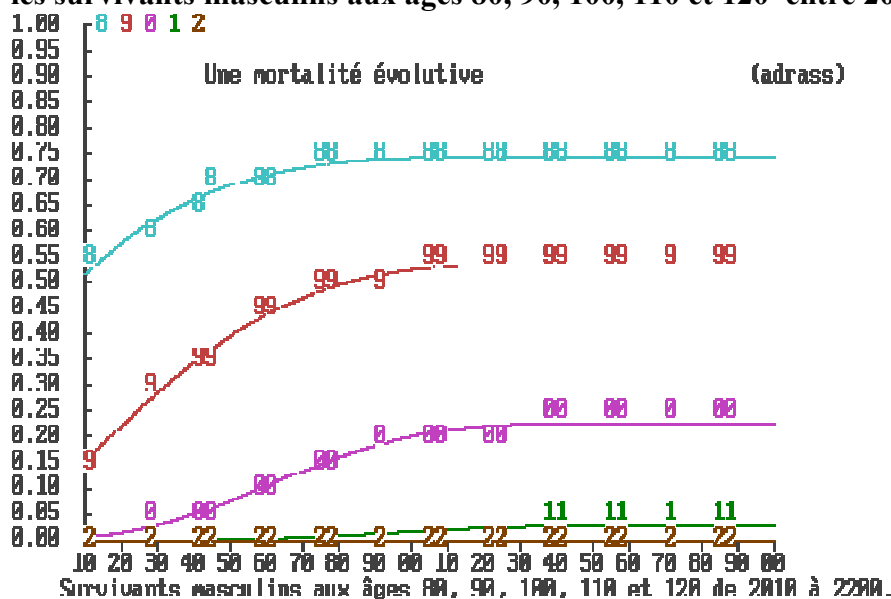
Figure 11 : les croissances des espérances de vie de 2010 à 2200.



10. L'illustration de ce procédé dans le cas de la Belgique : des allures traditionnelles

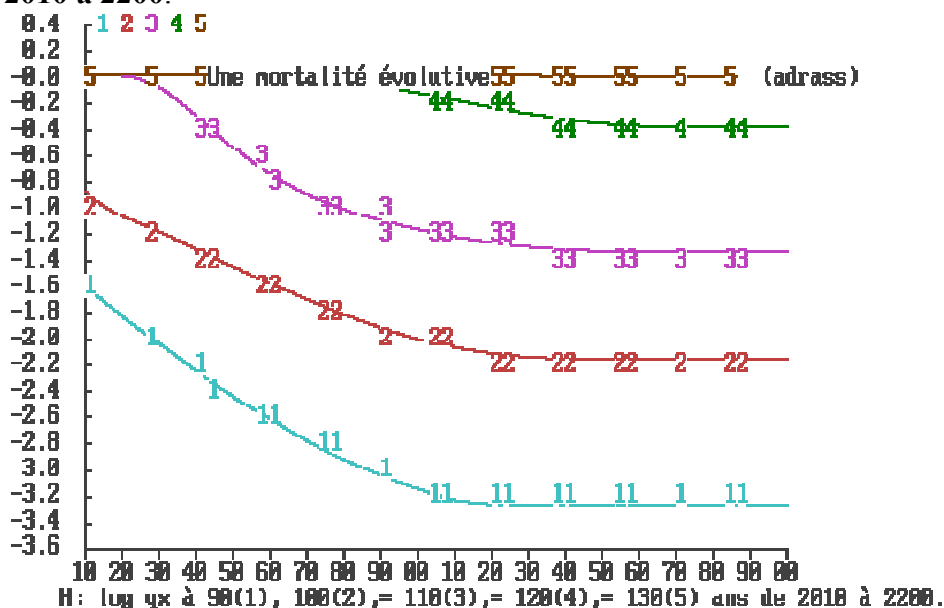
Bien évidemment, l'observation de l'allure logistique des courbes de survie (ou de probabilités de décès) n'est possible qu'aux très grands âges. Aux âges 80 et 90, on est déjà dans la partie finale - exponentielle négative - du processus (figure 12).

Figure 12 : les survivants masculins aux âges 80, 90, 100, 110 et 120 entre 2010 et 2200.



Dans les hypothèses retenues, le déclin de la mortalité est déjà dans sa phase de freinage aux âges 90 et 100. Il est quasiment nul à l'âge 130 et logistique aux âges 110 et 120 (figure 13).

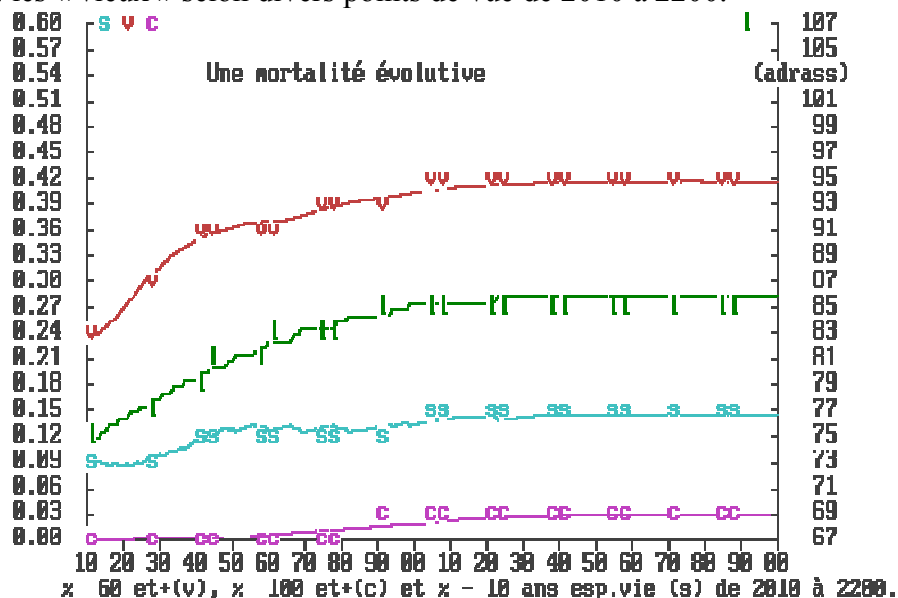
Figure 13 : l'allure des logarithmes des probabilités de décès aux âges 90, 100, 110, 120 et 130 de 2010 à 2200.



11. Clins d'œil finaux !

A la figure 14, on dessine l'évolution des « 60 ans et plus » (courbe rouge indiquée « v »), des centenaires (courbe mauve, indiquée « c ») et des « vieux » si on considère comme tels les personnes dont l'espérance de vie ne dépasse plus 10 ans (courbe bleue, indiquée « s »); la courbe verte, indiquée « l », et échelonnée à droite indique l'âge de début de la vieillesse ainsi définie. Qui a parlé de vieillissement catastrophique ?

Figure 14 : les « vieux » selon divers points de vue de 2010 à 2200.



Avec ce procédé qui doit vraisemblablement vous paraître de bon goût, vous pouvez même étudier l'extinction vraisemblable de la génération à laquelle vous appartenez ...