

De la singularité de la répartition par âge de toute population stable

André Lambert¹

août 2013

asbl ADRASS

adrass@skynet.be

1. Introduction

Commençons par rappeler deux caractéristiques fondamentales d'une population stable: la répartition relative des effectifs selon l'âge demeure invariable dans le temps et le taux de croissance de cette population est constant; quand ce taux de croissance est nul, on parlera de population (stable-) stationnaire.

On n'observe plus de populations réelles qui soient parfaitement stables. Celles-ci sont une construction théorique obtenue en appliquant à n'importe quelle population de départ des « lois » de mortalité et de fécondité qui demeurent invariables dans le temps. Généralement, on considère uniquement des populations fermées à la migration. A l'infini, la population de départ a « oublié » sa répartition relative par âge de départ pour une autre répartition totalement dépendante de la combinaison des « lois » appliquées invariablement dans le temps. Pratiquement, une projection sur 100 ans produit déjà une population stable. Les « lois » sont des probabilités et des taux de mortalité, fécondité et migrations par âge. Ces données sont appliquées annuellement aux effectifs de population par âge qu'on fait ainsi vieillir d'un an par année.

Puisqu'une population stable est le résultat d'une combinaison particulière des « lois », sa répartition relative des âges peut donner des indications précises sur la valeur des « lois » qui ont sous-tendu son élaboration.

A supposer donc qu'on découvre une population dont la répartition par âge évoque la stabilité, on est en droit de tenter de découvrir les caractéristiques des lois qui ont produit cette population. Il existe en fait beaucoup de populations réelles qui peuvent être qualifiées de semi-stables: par exemple, toutes les populations qui ont connu au cours de leur histoire passée des mouvements de mortalité et de fécondité constants, en l'absence de mouvements migratoires; c'était le cas de beaucoup de populations du « Tiers-Monde » avant le début du phénomène de transition démographique qui a vu les taux de mortalité et de fécondité baisser substantiellement. Il n'est pas interdit de penser qu'à l'avenir, on pourrait de nouveau voir émerger des populations semi-stables dans la mesure où la fécondité, tombée à un bas niveau, oscillerait faiblement dans un contexte de déclin faible de la mortalité.

Certes, toutes ces populations souffrent d'imperfections au niveau de leurs répartitions par âges: attraction des âges « ronds » dans des populations pré-modernes, légères variations aléatoires de la fécondité ou déclin modéré de la mortalité. Cependant, les conséquences de ces aléas ne camouflent généralement pas suffisamment la répartition relative par âge pour rendre impossible la découverte des « lois » qui gouvernent la population étudiée.

¹ Je remercie Christine Wattelar et Guillaume Wunsch pour la relecture attentive de ce texte.

2. Existe-t-il une relation bijective entre une population stable et ses « lois » ?

Si une combinaison de « lois » donne une population stable et une seule, la question demeure de savoir si à une répartition relative par âge donnée, ne correspond qu'une seule combinaison de « lois ».

En théorie, la réponse est clairement non, mais seulement d'un strict point de vue mathématique. En effet, on pourra toujours montrer que l'ajout d'une infime portion de fécondité couplée à une variation extrêmement faible de la mortalité ne change rien. De même, on peut imaginer a priori – mais à tort - qu'une espérance de vie de 50 ans et une fécondité de 4 enfants produit une structure stable équivalente à une combinaison d'une espérance de vie de 45 ans et une fécondité de 5 enfants.

Dans la réalité démographique, la réponse est clairement oui. D'abord, le démographe ne s'intéresse pas à des variations de quelques millièmes de l'espérance de vie ou de la fécondité. Il est en effet amplement satisfait de pouvoir mesurer une espérance de vie à un dixième d'année près ou un niveau de fécondité à un dixième d'enfants près. Ensuite, on peut montrer que le niveau de fécondité est le principal marqueur d'une répartition par âge, surtout si l'on considère une population en l'absence de migrations; on peut donc oublier l'éventualité d'une équivalence produite par une baisse de la fécondité qui compenserait une baisse de mortalité. Enfin, le démographe utilise des « modèles » stables pour faciliter la description d'une population réelle. S'il est par exemple confronté à une population notoirement pré-transitionnelle, il sait que la fécondité n'est pas inférieure à 3 enfants et que l'espérance de vie ne doit pas dépasser 60 ans; cette culture générale restreint d'emblée le champ de ses investigations.

Dans les paragraphes suivants, on va tester la singularité d'une population stable pré-transitionnelle et donc pouvoir confirmer que la répartition relative des effectifs par âge est le résultat d'une – et d'une seule – combinaison de « lois » de fécondité et de mortalité.

3. L'outillage utilisé

Il est opportun de décrire l'outillage utilisé afin d'éviter la suspicion quant au contenu de « la boîte noire » et de s'assurer de la neutralité des outils utilisés par rapport au but poursuivi.

On a créé un programme de projection démographique d'une population par âge par bonds d'un an, selon la méthode des composants. Pour la simplicité, on n'a considéré que le sexe féminin.

On décide de projeter toute hypothèse sur deux cents ans, afin d'obtenir des populations extrêmement stables, même si le calcul à cent ans de distance est déjà suffisant.

En mortalité, on utilise les tables Ouest de Princeton. On a introduit les valeurs des tables pour des espérances de vie de 20, 30, 45, 60 et 75 ans. On a aussi introduit une table dont l'espérance de vie est de 90 ans. A partir d'un système d'interpolations linéaires appliqué à chacune des probabilités de décès par âge, on peut se donner n'importe quelle table de mortalité dont l'espérance de vie est contenue dans l'intervalle « 20 – 90 ans ».

En fécondité, on a introduit trois fonctions mathématiques – gamma, bêta et polynomiale – qui permettent, à partir de trois indices, de créer des séries de taux de fécondité par âge. Les trois indices sont la descendance (l'indice synthétique de la fécondité), l'âge moyen à la maternité et la variance autour de cet âge. La variance, qui peut être estimée à partir de la valeur de la descendance, détermine le choix de la fonction mathématique².

On n'a pas introduit la problématique des mouvements migratoires.

L'outil informatique a été écrit en Power Basic. Il permet d'établir une population stable dite « ETALON » et de la comparer à quatre autres populations à la fois, l'étalon et les quatre populations étant au choix de l'utilisateur.

Dans les lignes qui suivent, on conservera toujours « le substrat Princeton-Ouest » en ce qui concerne la mortalité. Mais on souligne que dans une situation concrète, on commencera par s'interroger sur le modèle de mortalité le plus adéquat (Autres tables de Princeton, tables OCDE ou des Nations-Unies,...).

La comparaison entre les populations « ETALON » et les autres s'effectue selon deux modes :

- visuel, par la confrontation des répartitions relatives des âges et de deux indices par âge, appelés ABSOL et ANGLE.
- Analytique, par la présentation chiffrée des valeurs cumulées jusqu'à l'âge 100 des indices synthétiques ABSOL et ANGLE pour l'ensemble d'une population.

ABSOL est, par âge, la différence cumulée en valeur absolue entre la valeur de l'effectif relatif d'une population et celle de l'étalon, sur cette dernière.

ANGLE est la mesure de l'angle de base du triangle rectangle formé par la longueur du segment représentant l'importance de l'effectif et l'hypoténuse allant de l'extrémité de ce segment au sommet de la pyramide des âges. La formule de calcul de l'angle est :

$$\text{Angle} = 57.2958 * \text{ATN} (\text{effectif relatif d'âge } x) / (100 - x)$$

Où : 57.2958 est le coefficient de conversion des radians en degrés.

ATN est le symbole pour arc-tangente

Effectif relatif d'âge x est la longueur du côté horizontal du triangle rectangle.

100 – x est la longueur du côté vertical du triangle rectangle.

On a également établi le cumul par âge de ces mesures d'angle.

On a pensé établir une mesure d'angle parce que notre problème est de mesurer des formes – pyramidales en l'occurrence – et que les mesures d'angles sont adéquates dans cette optique. On verra cependant que les mesures d'angles confirment les valeurs d' ABSOL sans apporter d'information supplémentaire.

² J. Duchêne et S. Gillet-de Stefano : ajustement analytique des courbes de fécondité générale, UCL, Département de Démographie, Population et Famille, 1974-2, pp 53-93.

Qu'il s'agisse de mesure d'écart entre effectifs ou d'angles, on pourrait objecter qu'il existe de multiples combinaisons d'écart ou d'angles par âge qui produisent les mêmes valeurs synthétiques. Mais d'une part, la visualisation graphique – le procédé de cumul ne sert qu'à mieux exprimer visuellement les différences - permet d'écarter cette objection et d'autre part, il ne faut pas oublier que nous analysons toujours – et seulement – des pyramides qui ne diffèrent que par leur caractère plus ou moins pentu.

Dans la suite de ce document, nous ne considérons qu'un étalon, caractérisé par une espérance de vie de 48,6 ans et une fécondité de 6,5 enfants que nous confrontons à des populations dont la fécondité peut prendre des valeurs allant de 5 à 8 enfants et dont la mortalité peut être caractérisée par une espérance de vie allant de 44 à 53 ans.

On procèdera de manière pédagogique : on étudiera d'abord quatre populations aux fécondités extrêmement proches de celle de l'étalon, la mortalité étant constante. On s'assurera ensuite que pour cette mortalité-là, des fécondités moins proches de celles de l'étalon confirment les enseignements trouvés précédemment. Puis, on procèdera de même avec la mortalité, la fécondité demeurant constante. Enfin, on fera varier – en même temps et dans les deux sens - les mortalités et fécondités, afin que soit balisé tout l'univers d'hypothèses qu'on s'est donné.

On retournera alors à la manière dont l'outil est construit afin d'écarter toute suspicion de biais susceptible d'entraîner des conclusions hâtives. On terminera cette étude par la présentation commentées du tableau synoptique de toutes les hypothèses choisies.

4. Mortalité constante et tests de divers niveaux de fécondité autour de la valeur de l'étalon

La population étalon a une espérance de vie de 48,6 ans et une fécondité de 6,5 enfants/femme. On teste d'abord quatre fécondités extrêmement proches, puisqu'elles ne varient que de un ou deux dixièmes d'enfants par rapport à notre référence.

A la figure 1, on présente la répartition par âge de ces quatre populations et de l'étalon. Visuellement, on peut penser que ces structures sont confondues. Mais l'analyse des valeurs synthétiques d'ABSOL et d'ANGLE indique que les structures divergent plus lorsqu'il y a, en plus ou en moins, une différence de deux dixièmes d'enfants plutôt que d'un dixième. Et les figures 2 et 3, qui dessinent par âge les écarts ou les angles cumulés, confirment les signaux émis par les indices synthétiques.

Dans les figures 4, 5 et 6, la mortalité demeure inchangée mais les fécondités des quatre populations testées divergent nettement de l'étalon, puisqu'elles sont posées à 5, 6, 7 ou 8 enfants. L'observation de la figure 4 indique que la population-étalon (en bleu) est bien la population centrale, relativement aux quatre autres.

A ce stade, on peut déjà affirmer que pour cette mortalité posée à 48,6 ans, les coefficients ABSOL et ANGLE par âge s'écartent d'autant plus de la valeur étalon que le niveau de fécondité testé diverge de ce dernier. Les valeurs synthétiques confirment l'observation visuelle.

Dans toutes les figures, on produit les valeurs de l'espérance de vie, de la fécondité, de l'âge moyen à la maternité, et les valeurs synthétiques d'ABSOL et d' ANGLE.

Figure 1 : les structures par âge si les fécondités sont très proches

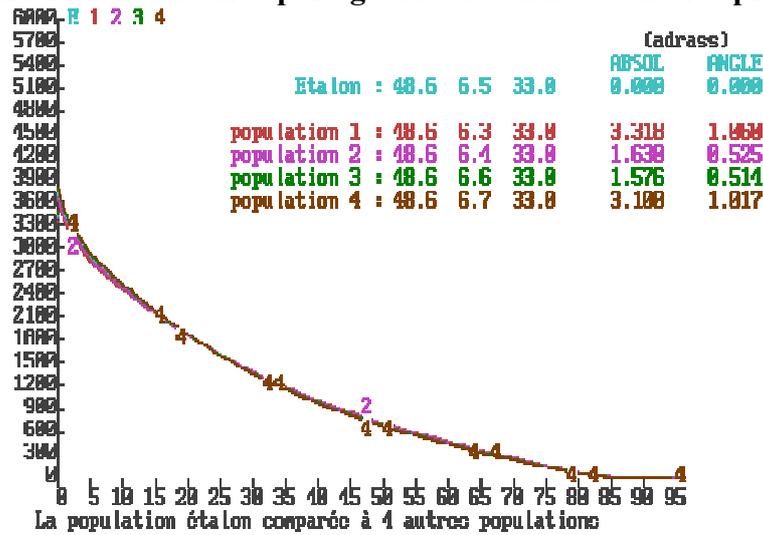


Figure 2 : les écarts absolus par âge si les fécondités sont très proches

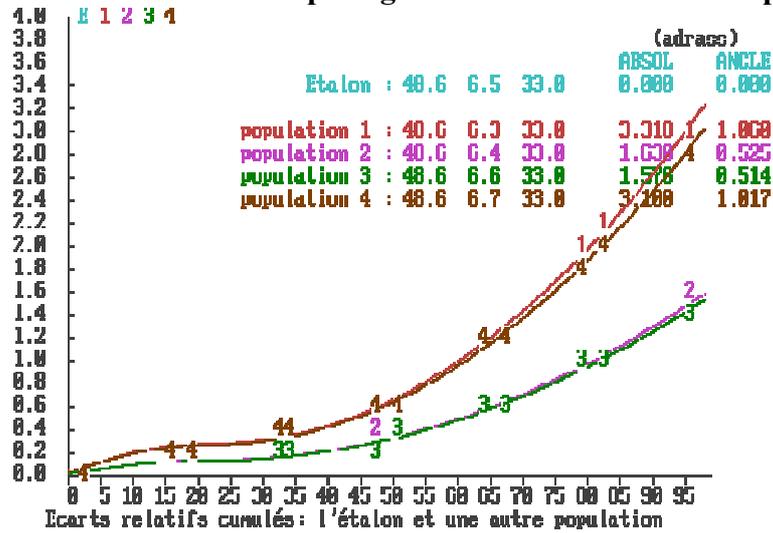


Figure 3 : les écarts d'angle par âge si les fécondités sont très proches

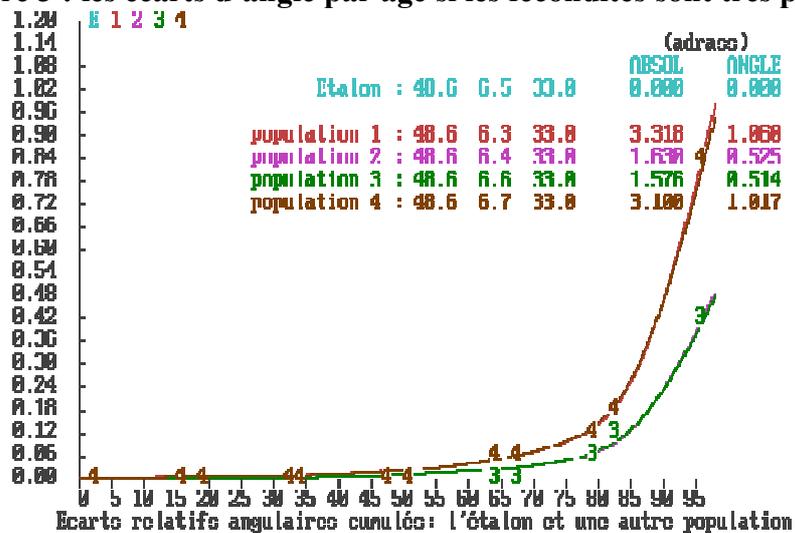


Figure 4 : les structures par âge si les fécondités sont très différentes

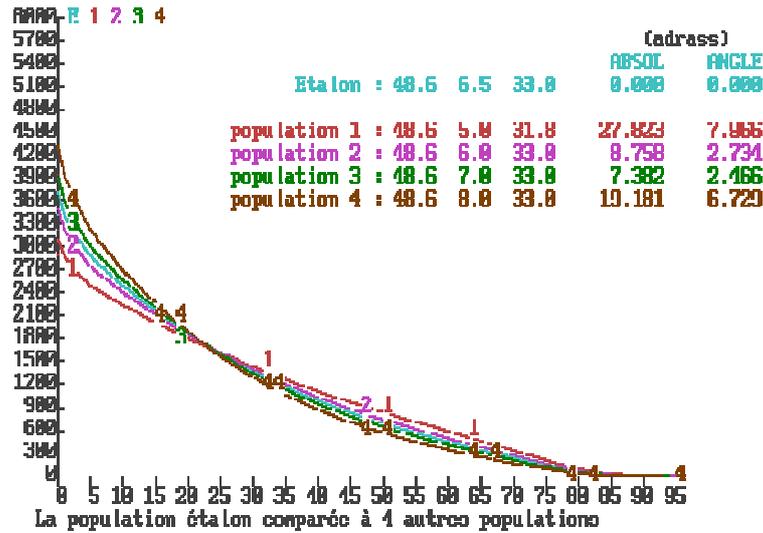


Figure 5 : les écarts absolus par âge si les fécondités sont très différentes

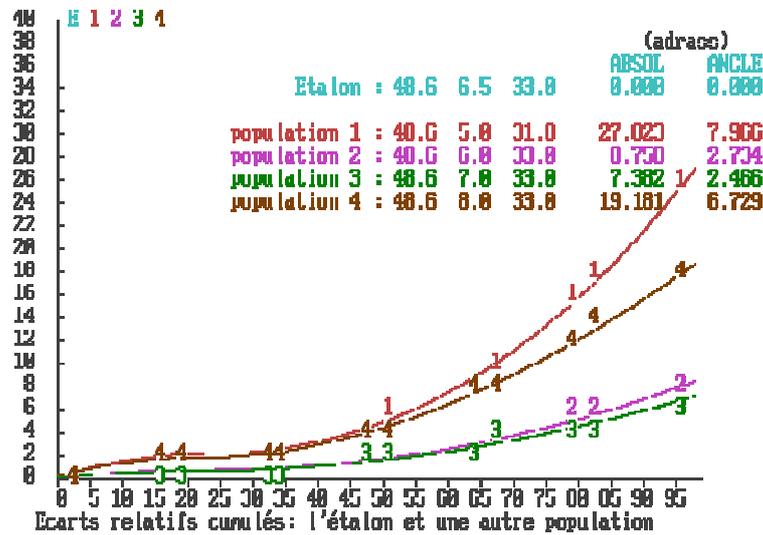
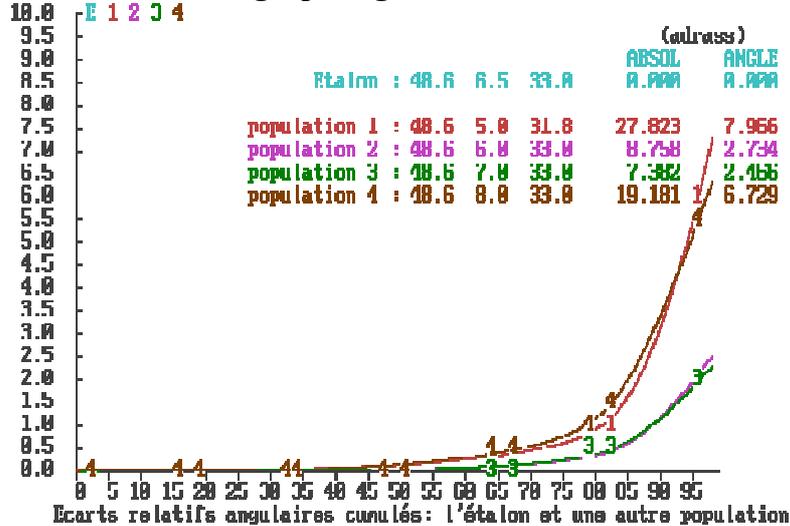


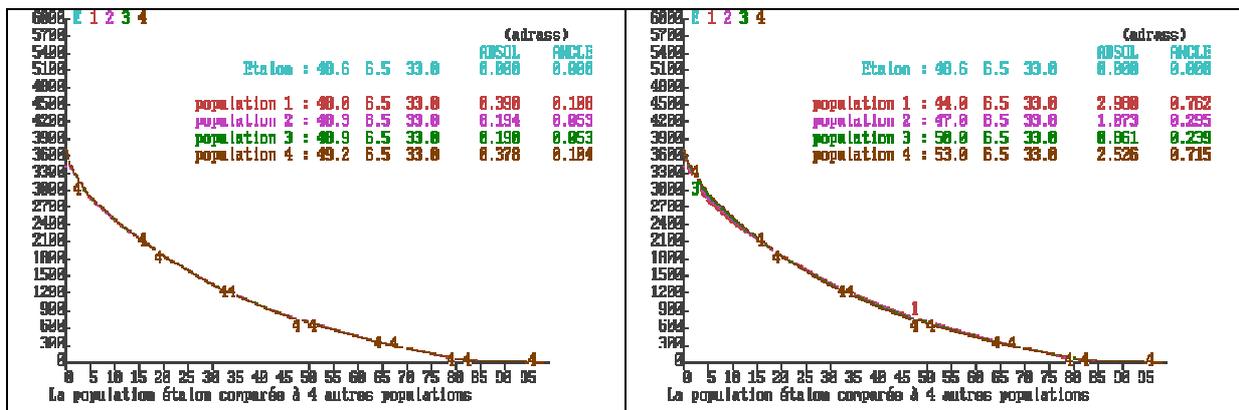
Figure 6 : les écarts d'angle par âge si les fécondités sont très différentes



5. Fécondité constante et tests de divers niveaux de mortalité autour de la valeur de l'étalon

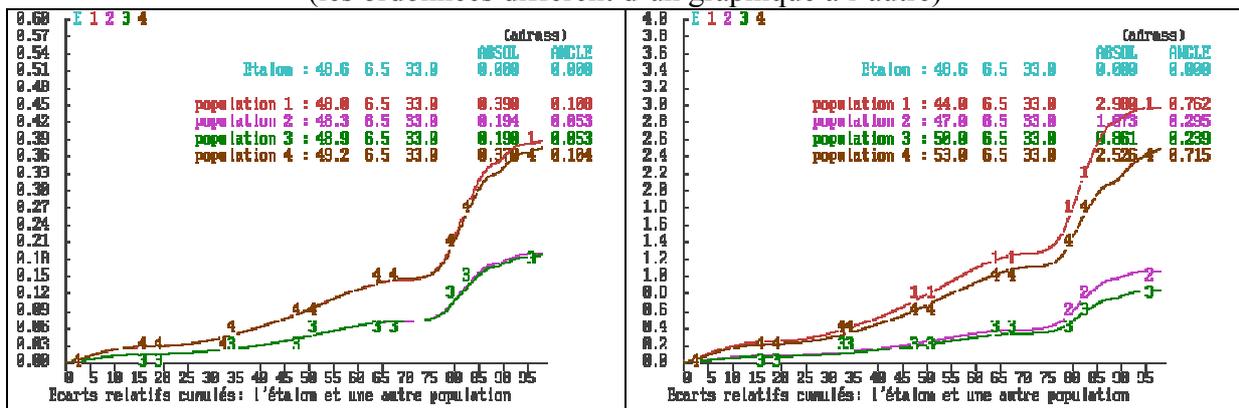
Que les mortalités divergent peu ou prou de la valeur-étalon, on remarque qu'à fécondité constante, les huit populations testées ci-dessous sont toutes très proches de la population étalon (figure 7). On met ainsi en évidence qu'en l'absence de migrations, c'est surtout le niveau de fécondité qui imprime la forme d'une pyramide des âges. Notons toutefois que si les valeurs synthétiques d'ABSOL et d'ANGLE sont considérablement plus faibles que lorsqu'on fait varier la fécondité à mortalité constante, elles n'en demeurent pas moins dans un rapport d'autant plus éloigné de l'étalon que le niveau de mortalité testé diverge de celui de l'étalon.

Figure 7 : les structures par âge, que les mortalités soient proches ou non



A la figure 8, on confirme visuellement que les écarts cumulés varient de manière analogue à ceux observés lors du test sur les fécondités, bien que les niveaux d'écarts soient de loin plus faibles.

Figure 8 : les écarts absolus par âge, que les mortalités soient proches ou non (les ordonnées diffèrent d'un graphique à l'autre)



L'allure des courbes des angles, ainsi que leurs valeurs synthétiques, sont analogues à celles relatives à la fécondité. Comme elles n'apportent pas d'information supplémentaires, on ne les publie pas. L'envol des écarts au delà de l'âge 80 est la conséquence de l'extrapolation des tables de Princeton, limitées à l'âge 75.

6. Extension du balayage de l'univers considéré : de fortes différences à la fois en mortalité et en fécondité

Dans ce paragraphe, on crée deux séries de quatre populations dont les hypothèses de mouvement balaient un vaste espace puisque qu'on imagine des espérances de vie de 44 à 53 ans et des fécondités de 5 à 8 enfants. Dans un premier temps, on associe à une espérance de vie de niveau « x » une fécondité de même acabit; dans un deuxième temps, on croise les trajectoires. Il n'est pas question ici de tester des populations réalistes mais bien de s'assurer qu'on balaie l'univers des possibles que l'on s'est fixé.

La figure 9 présente quatre populations dont les caractéristiques du mouvement sont respectivement de 44 ans d'espérance de vie et 5 enfants, puis 47 ans et 6 enfants, puis 50 ans et 7 enfants et enfin 53 ans et 8 enfants. On distingue nettement la position centrale de la population-étalon et la sécurité donnée par les valeurs synthétiques des coefficients ABSOL et ANGLE . La figure 10 visualise les écarts selon l'âge. On voit de nouveau que les écarts sont d'autant plus importants que les hypothèses testées s'écartent des valeurs-étalon.

Figure 9 : Les structures par âges avec des mortalités de 44 à 53 ans et des fécondités de 5 à 8 enfants

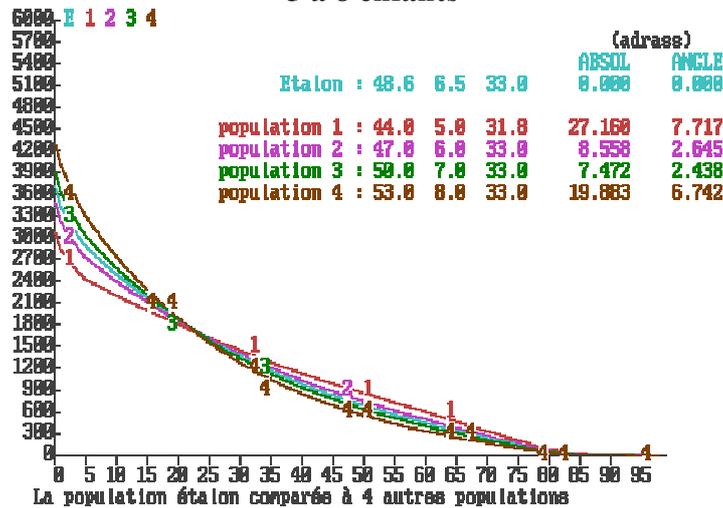
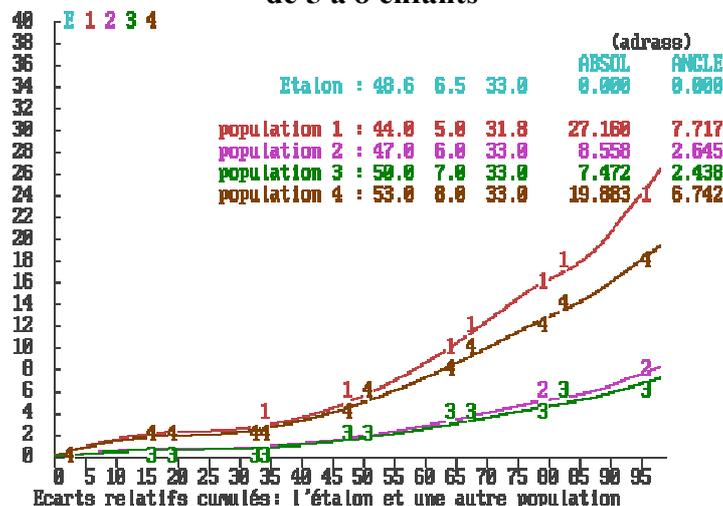


Figure 10 : les écarts absolus par âge avec des mortalités de 44 à 53 ans et des fécondités de 5 à 8 enfants



Dans les figures 11 et 12, on dessine les structures d'âge et les écarts absolus pour des populations dont les caractéristiques du mouvement sont respectivement de 53 ans d'espérance de vie et 5 enfants, puis 50 ans et 6 enfants, puis 47 ans et 7 enfants et enfin 44 ans et 8 enfants.

Figure 11 : Les structures par âges avec des mortalités de 53 à 44 ans et des fécondités de 5 à 8 enfants

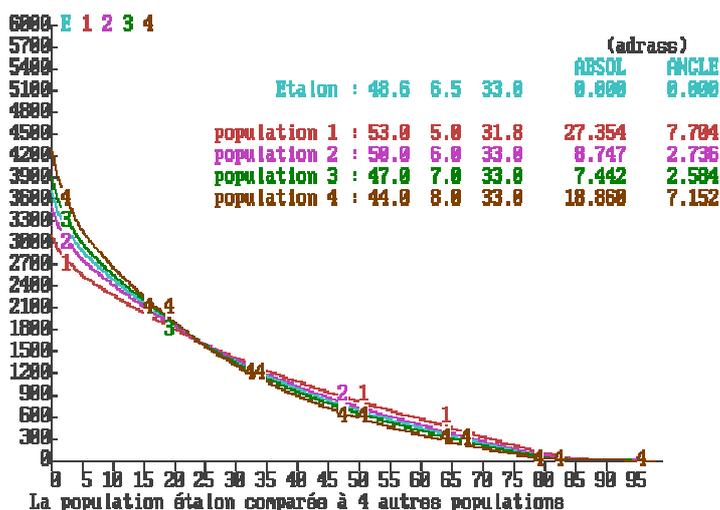
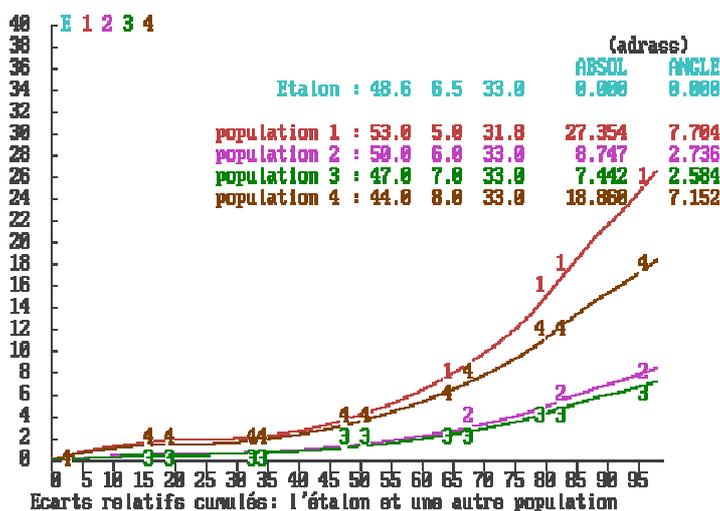


Figure 12 : les écarts absolus par âge avec des mortalités de 53 à 44 ans et des fécondités de 5 à 8 enfants



Quelles que soient les hypothèses qui sous-tendent les 24 populations comparées à notre étalon, on constate toujours le même phénomène, à savoir que les valeurs synthétiques d'ABSOL sont d'autant plus faibles que les hypothèses se rapproches des caractéristiques de la population étalon. Le calcul des valeurs synthétiques d'ANGLE confirme cette constatation et les visualisation des valeurs par âge attestent de la validité des enseignements tirés des valeurs synthétiques.

7. Un outil sécurisé : tests sur l'âge moyen à la maternité et le rapport de masculinité à la naissance

En économie, les outils d'analyse peuvent être idéologiquement orientés : on parlera par exemple de modèles d'inspiration marxiste, classique ou keynésienne. En démographie, les outils de projection sont neutres: certes, on peut y introduire toutes sortes d'hypothèses d'évolution des comportements mais intrinsèquement, les outils ne sont « que » des sortes d'outils de comptabilité sociale.

Cependant, les outils de la prospective démographique charrient des hypothèses implicites. Ainsi, dans l'outil utilisé pour la rédaction de ce texte, on pourrait s'interroger sur le choix d'une mortalité issue des « tables de Princeton » et se demander si d'autres choix auraient modifié les résultats. Bien évidemment, les valeurs synthétiques des coefficients ABSOL et ANGLE auraient été un petit peu différents mais ils auraient toujours été classés et orientés comme ceux produits ici.

A dire vrai, il n'y a dans l'outil utilisé ici que deux constructions qui méritent d'être signalées et testées.

a). **La première construction** consiste dans le fait que les taux de fécondité par âge sont issus de fonctions mathématiques dépendantes de trois indices: la descendance, l'âge moyen et la variance autour de cet âge. Les deux derniers indices sont généralement inconnus. Alors, on dit par exemple que l'âge moyen à la maternité évoluera dans l'intervalle de 28 à 33 ans en fonction d'une descendance allant de 2 à 6 enfants. On a procédé comme cela dans le présent exercice: le lecteur attentif aura d'ailleurs remarqué que l'âge moyen à la maternité, généralement de 33 ans, baisse jusqu'à 31 ans lorsqu'on impulse une fécondité de 5 enfants. Il est donc nécessaire de mesurer l'impact d'une telle hypothèse implicite.

On commence par établir les limites de variation possible de l'âge moyen pour des fécondités allant de 5 à 8 enfants. Si la fonction mathématique produit une série de taux de fécondité pour n'importe quel âge à la maternité, fut-il de 86 ans, on sait bien que la fécondité n'a cours qu'entre les âges de 15 à 50 ans. Donc, si on introduit un âge moyen trop jeune ou trop âgé, on crée des taux de fécondité qui débordent autour des limites des possibilités biologiques des femmes. Pratiquement, on élimine tout âge moyen qui contribue à ce que la somme des taux de fécondité produits entre l'âge de 15 et 50 ans soit inférieure d'un dixième d'enfants par rapport à la valeur de la descendance que l'on a introduite. Alors, pour des fécondités allant de 5 à 8 enfants, on ne peut pas imaginer un âge moyen de moins de 28 ans ou de plus de 33 ans³.

Puisque dans presque tous les cas, l'âge moyen automatiquement retenu était de 33 ans dans le présent exercice, on a testé les indices ABSOL et ANGLE en fixant d'abord un âge fixe de 28 ans, ensuite un âge fixe de 30,5 ans. Les résultats sont sans appel: si les valeurs des indices ne sont plus les mêmes, puisque l'âge moyen influence la croissance de la population, l'ordre de classement des populations selon leur proximité avec l'étalon n'est aucunement modifié. On en conclut que cette hypothèse implicite sur l'âge moyen n'a pas d'impact sur le choix de la « meilleure » population. On peut même souligner que les écarts les plus faibles découlent d'un âge moyen de 33 ans, ce qui est logique puisque dans l'étalon, l'âge moyen implicite était précisément cet âge. Et si l'on voit que, par exemple dans la population la plus proche de

³ Si l'on imagine des fécondités pouvant descendre jusqu'à 1,5 enfants, la limite inférieure pour un âge moyen acceptable est de 22 ans.

l'étalon, les écarts diminuent selon que l'on passe de 28 ans (ABSOL= 1.903) à 30,5 ans (ABSOL= 1.744), puis de 30,5 ans à 33 ans (ABSOL=1.576), on ne peut pas penser que l'écart serait encore plus faible si l'âge moyen dépassait 33 ans parce qu'alors on ne rendrait plus totalement compte de la valeur de la descendance introduite.

Le troisième indice est la variance autour de l'âge moyen. Elle est calculée automatiquement à partir de la descendance selon la formule proposée dans l'étude de J. Duchêne et S. di Stefano. On comprend que si l'âge moyen a si peu d'impact sur la production des indices de proximité de structures, la variance autour de cet âge a un effet encore beaucoup plus faible.

b). La deuxième construction est beaucoup plus anecdotique. Dans cet outil où il n'est question que d'une population féminine, on a posé que 48,8 % des naissances étaient des filles. C'est un ratio classique mais toutefois un a priori comme un autre. On a donc imaginé que le ratio pouvait être de 50,0% ou même – fort improbablement - de 51,2%. Ces hypothèses peu réalistes ne produisent pas de modification dans le classement des populations et, par exemple, la valeur synthétique d'ABSOL, de 1,576 pour une population de 48,6 ans d'espérance de vie et de 6,6 enfants (voir figure 1) passerait alors à 1,586 ou 1,595, ce qui représente une modification insignifiante.

8. Présentation synoptique des valeurs synthétiques d'ABSOL (hypothèse d'un âge moyen évolutif en fonction de la fécondité)

Les pop. testées			ABSOL	ANGLE	L'étalon		
Mortalité constante et faibles variations de la fécondité							
48.6	6.3	33.0	3.318	1.060	48.6	6.5	33.0
48.6	6.4	33.0	1.630	0.525	48.6	6.5	33.0
48.6	6.6	33.0	1.576	0.514	48.6	6.5	33.0
48.6	6.7	33.0	3.100	1.017	48.6	6.5	33.0
Mortalité constante et fortes variations de la fécondité							
48.6	5.0	31.8	27.823	7.966	48.6	6.5	33.0
48.6	6.0	33.0	8.758	2.734	48.6	6.5	33.0
48.6	7.0	33.0	7.382	2.466	48.6	6.5	33.0
48.6	8.0	33.0	19.181	6.729	48.6	6.5	33.0
Fécondité constante et faibles variations de la mortalité							
48.0	6.5	33.0	0.390	0.108	48.6	6.5	33.0
48.3	6.5	33.0	0.194	0.053	48.6	6.5	33.0
48.9	6.5	33.0	0.190	0.053	48.6	6.5	33.0
49.2	6.5	33.0	0.378	0.104	48.6	6.5	33.0
Fécondité constante et fortes variations de la mortalité							
44.0	6.5	33.0	2.980	0.762	48.6	6.5	33.0
47.0	6.5	33.0	1.073	0.295	48.6	6.5	33.0
50.0	6.5	33.0	0.861	0.239	48.6	6.5	33.0
53.0	6.5	33.0	2.526	0.715	48.6	6.5	33.0
Fécondités et mortalités variables « en parallèle »							
44.0	5.0	31.8	27.160	7.717	48.6	6.5	33.0
47.0	6.0	33.0	8.558	2.645	48.6	6.5	33.0
50.0	7.0	33.0	7.472	2.438	48.6	6.5	33.0
53.0	8.0	33.0	19.883	6.742	48.6	6.5	33.0
Fécondités et mortalités variables « en opposition »							
53.0	5.0	31.8	27.354	7.704	48.6	6.5	33.0
50.0	6.0	33.0	8.747	2.736	48.6	6.5	33.0
47.0	7.0	33.0	7.442	2.584	48.6	6.5	33.0
44.0	8.0	33.0	18.860	7.152	48.6	6.5	33.0

Du tableau et des tests sur l'impact du choix de l'âge moyen à la maternité et du rapport de masculinité à la naissance, on tire cinq enseignements :

- La mesure des angles ne fait que confirmer la mesure des écarts. En théorie, la mesure d'angle est plus adéquate dans l'estimation d'une « forme » telle la pyramide. Dans la pratique démographique, toutes les pyramides d'âge sont « pyramidales » ou « ogivales » et donc la mesure des écarts est suffisante. La mesure d'angle serait certainement plus pertinente dans le cas où on comparerait entre elles des formes plus radicalement différentes.
- Plus les hypothèses s'éloignent de l'étalon, plus les valeurs synthétiques d'ABSOL (ainsi que celles par âge) deviennent importantes.
- La mortalité affecte la répartition relative par âge de manière beaucoup moins prégnante que la fécondité ; quand on modifie à la fois la fécondité et la mortalité, on voit que l'impact de la mortalité reste faible mais présent. ABSOL discrimine donc aussi sur la mortalité.
- Des hypothèses sur l'âge moyen à la maternité ne modifient pas le classement des populations testées par rapport à l'étalon. On peut même estimer la valeur la plus adéquate de cet âge à partir des variations de la valeur synthétique d'ABSOL.
- Le rapport de masculinité à la naissance n'a pas d'impact significatif sur le classement des population selon leur éloignement par rapport à l'étalon.

On en conclut que la recherche de la valeur minimale d'ABSOL est efficace dans la détermination de la proximité d'une population avec un étalon et donc, de la découverte de des paramètres de mouvement.

9. Ouverture à des populations « européennes »

Le lecteur intéressé peut demander la livraison de l'outil « STABLE.EXE » et tester lui-même n'importe quelle population en relation avec n'importe quel étalon.

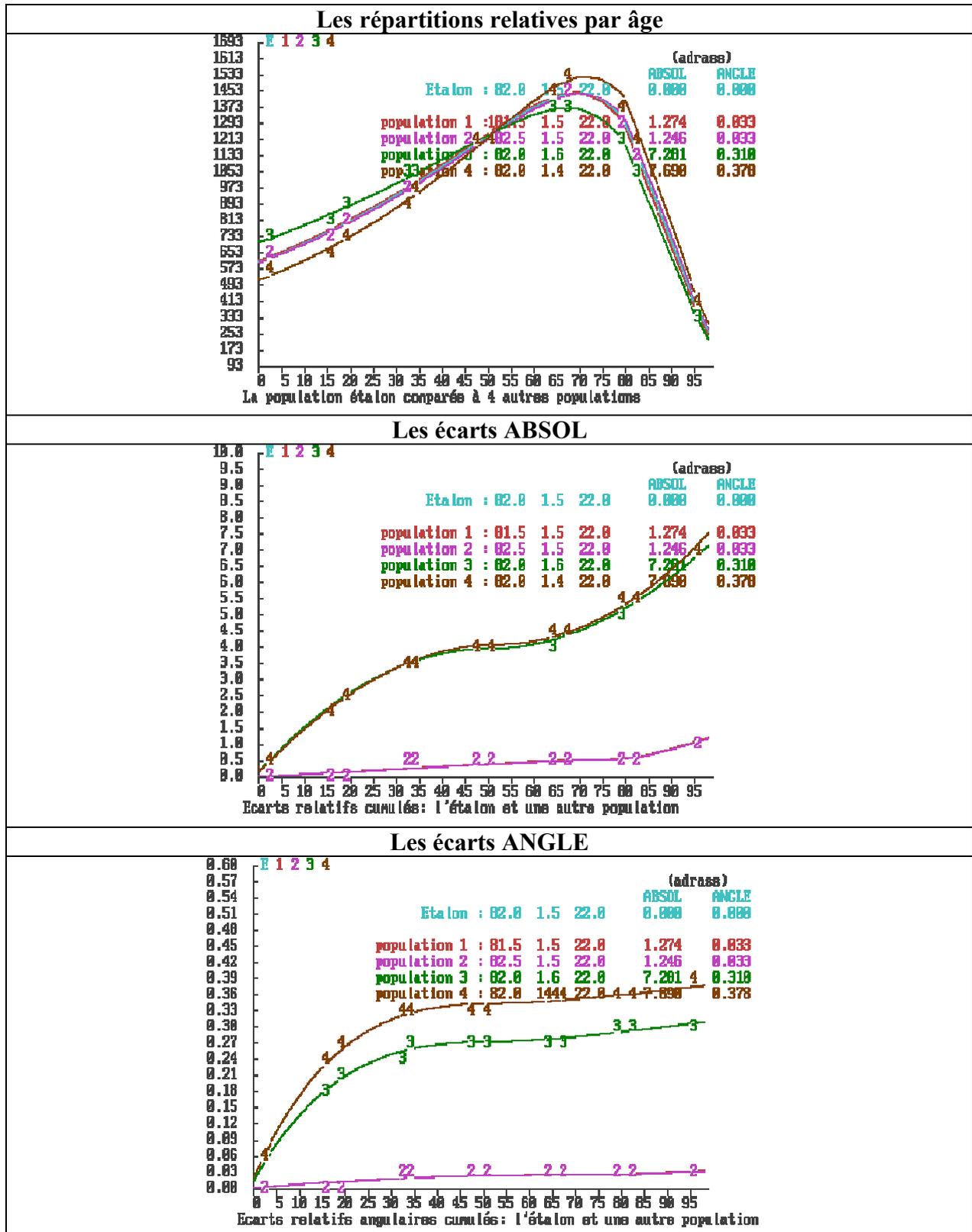
Dans ce dernier paragraphe, on pose que la population-étalon est caractérisée par une espérance de vie de 82 ans et une fécondité de 1,5 enfants. Ces valeurs sont fréquentes en Europe.

On a testé quatre populations extrêmement proches de ce nouvel étalon : les deux premières se distinguent de l'étalon par une espérance de vie de plus ou moins une demi-année tandis que les deux dernières se différencient par un dixième d'enfant en plus ou en moins.

Les conclusions sont les mêmes que lors de l'exercice mené sur le premier étalon : la fécondité est bien le principal agent de différenciation, même dans des populations où l'espérance de vie est élevée et la population-étalon est bien « le milieu » des hypothèses introduites (la courbe bleue dans la figure 13 ci dessous).

On peut même préciser qu'en l'occurrence, un âge moyen de 28 ans produit une population un tantinet plus proche de l'étalon qu'un âge moyen de 22 ans !

Figure 13 : aperçu de la solidité de la mesure d'ABSOL dans un univers tout à fait différent



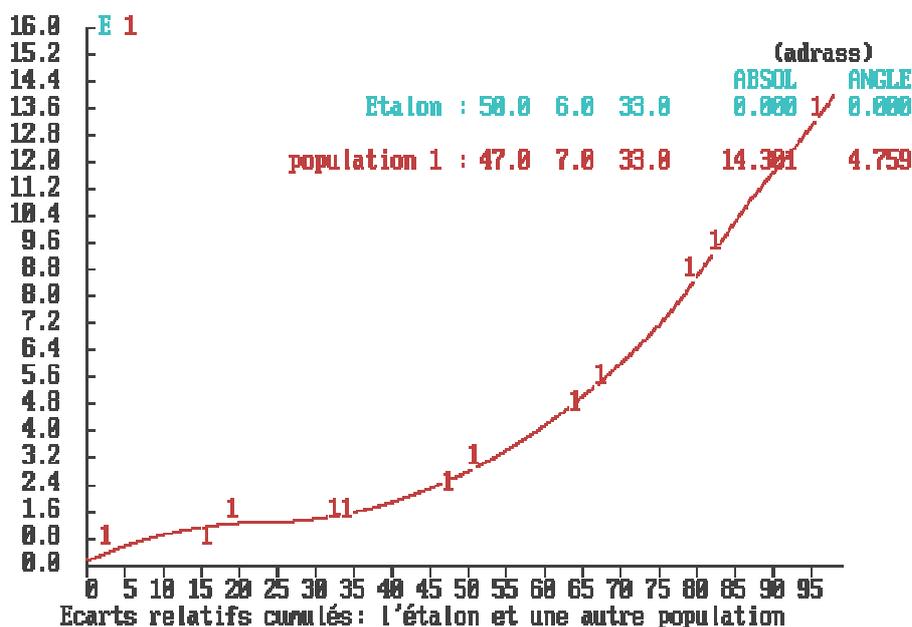
10. deux confirmations supplémentaires

Ne voit-on pas dans certains graphiques des populations dont les courbes des écarts de structure sont confondues alors que leurs caractéristiques de mouvement sont différentes ? C'est par exemple le cas pour les populations n°2 et n°3 dans la figure 2 et pour les populations n°2 et n°3 dans la figure 12.

On sait très bien maintenant qu'une petite différence en fécondité produit une divergence sensible. Analysons donc seulement les populations n°2 et n°3 de la figure 12 où les paramètres du mouvement sont 50 ans et 6 enfants d'une part, 47 ans et 7 enfants d'autre part; on pourrait penser qu'il existe une sorte de compensation entre les deux couples de paramètres. Posons que notre nouvel étalon est la population caractérisée par une espérance de vie de 50 ans et de 6 enfants. A la figure 14, on compare cet étalon à la population de 47 ans d'espérance de vie et de 7 enfants.

Les écarts ABSOL par âge et sa valeur synthétique montrent bien que les deux populations sont différentes. Si elles apparaissent quasiment confondues dans la figure 12, c'est parce qu'on a pris soin de mesurer les différences absolues par rapport à l'étalon.

Figure 14 : les écarts entre deux populations dont on pourrait croire qu'elles ont presque la même forme



La mise en valeur graphique et indicée de la proposition selon laquelle à une structure stable ne correspond qu'une et une seule combinaison de mouvement (fécondité et mortalité) est confirmée en démographie mathématique. Si l'on résume l'article de

Christine Wattelar dans « Recherches économiques de Louvain »⁴, on apprend que la structure par âge stable est inscrite dans la matrice de Leslie : la première ligne est remplie (pour les âges de la reproduction) par un combiné des taux de fécondité (par âge) et les probabilités de survie à ces âges et la sous-diagonale est remplie par les probabilités de survie de tous âges (ou groupes d'âges) successifs.

Quand on élève cette matrice à la puissance n (n tendant vers l'infini, par exemple 200 ans) les éléments se "structurent" et tendent vers le seul vecteur (vertical) propre (par âge) associé à cette matrice (soit pour nous le mouvement naturel par âge). La première valeur propre (racine) est un nombre réel et n'est autre que le taux de croissance de ce mouvement naturel (matrice) La deuxième valeur propre (racine) est un nombre complexe dont la partie réelle correspond à l'intervalle moyen entre les générations ou plus ou moins l'âge moyen à la maternité qui est très proche.

Notre apport a simplement consisté à montrer que les coefficients ABSOL ou ANGLE (et leur déclinaison par âge) sont d'excellents indicateurs de la mesure de la distance entre diverses populations et une autre prise comme étalon.

⁴ Wattelar Christine, Représentation matricielle du mouvement naturel et du mouvement migratoire d'une population, Recherches économiques de Louvain, Novembre 1971, n°4